

# Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

**Semester:** Wintersemester 2017/2018

**FSP-Teilprüfung:** Mathematik T2

**Datum:** 29.11.2017

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel, Armin Ellrich, Werner Müller, Amédée Tcha-Tokey

## Aufgabe 1

Wir haben die komplexen Zahlen  $z_1 = 2 + i$  und  $z_2 = 3 - i$ .

a) Wandeln Sie  $z_1$  und  $z_2$  jeweils in die Exponentialform um. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau (4 Punkte).

b) Berechnen Sie:

b1)  $z_1 + z_2$ , b2)  $z_1 \cdot z_2$ , b3)  $\bar{z}_2$ , b4)  $\frac{z_2}{z_1}$ , b5)  $(z_1)^3$  (jeweils 1 Punkt).

c) Bestimmen Sie alle Lösungen von  $w^3 = z_1$  (3 Punkte).

## Aufgabe 2

Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem:

$f''(x) + f'(x) - 2 \cdot f(x) = x$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 0$  (12 Punkte).

**Aufgabe 3**

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumpunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

<b>Aussage</b>			
Für den Wert $x_2$ beim Newton-Verfahren gilt: $x_2 = x_1 - \frac{f'(x_1)}{f(x_1)}$ .	Ja		
	Nein		
$(x-1)$ , $(x+1)$ und $(x-3)$ sind Linearfaktoren von $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3$ .	Ja		
	Nein		
Für $f(x) = 2^{\cos(x)}$ gilt $f''(x) = 2^{\cos(x)} \cdot \ln(2) \cdot [\sin^2(x) \cdot \ln(2) - \cos(x)]$ .	Ja		
	Nein		
$f''(x_0) = 0 \wedge f'''(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ hat an $x_0$ eine Wendestelle.	Ja		
	Nein		
$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) = 0 \Rightarrow f(x)$ hat nie ein Extremum an $x_0$ .	Ja		
	Nein		
$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + 1}$ hat die Polstelle $x = -1$ .	Ja		
	Nein		
$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ hat an $x_0$ ein inneres Minimum.	Ja		
	Nein		
$\int_0^{\pi} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = 0$ .	Ja		
	Nein		
$f(x) = \ln(3 \cdot x) \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{x}$ .	Ja		
	Nein		
Der Graph von $f(x) = x^5 - 3 \cdot x^3 + x + 1$ ist am Nullpunkt gespiegelt.	Ja		
	Nein		
$f(x) = \frac{x + x^3 - 1 - x^2}{x^3 + 1}$ hat die horizontale Asymptote $y = 1$ .	Ja		
	Nein		
$x_N = i$ ist Nullstelle von $f(x) = x^3 + x$ .	Ja		
	Nein		

(12 Punkte)

#### Aufgabe 4

Wir haben die Funktion  $f(x) = x^3 - x^2$   $D_f = \mathbb{R}$ .

- a) Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen (2 Punkte).
- b) Bestimmen Sie sämtliche Hochpunkte und Tiefpunkte (4 Punkte).
- c) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte (3 Punkte).
- d) Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Funktionsgraphen und der x-Achse im Bereich  $-1 \leq x \leq 2$  (3 Punkte).

#### Aufgabe 5

In der Ebene  $\varepsilon$  liegen die Punkte  $P_1(0|1|1)$ ,  $P_2(1|0|1)$  und  $P_3(1|1|0)$ .

- a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung von  $\varepsilon$  (3 Punkte).
- b) Bestimmen Sie eine Koordinatenform von  $\varepsilon$  (2 Punkte).
- c) Prüfen Sie, ob der Punkt  $M_1(1|4|-3)$  in  $\varepsilon$  liegt (1 Punkt).
- d) Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt  $D$  der Geraden  $G: \vec{r}_G = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  durch  $\varepsilon$  (4 Punkte).
- e) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes  $M_2(2|2|2)$  von  $\varepsilon$  (2 Punkte).