

Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2017/2018

FSP-Teilprüfung: Mathematik T2

Datum: 29.11.2017

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel, Armin Ellrich, Werner Müller, Amédée Tcha-Tokey

Aufgabe 1

Wir haben die komplexen Zahlen $z_1 = 2 + i$ und $z_2 = 3 - i$.

- Wandeln Sie z_1 und z_2 jeweils in die Exponentialform um. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau (4 Punkte).
- Berechnen Sie:
 - $z_1 + z_2$, $z_1 \cdot z_2$, \bar{z}_2 , $b4) \frac{z_2}{z_1}$, $b5) (z_1)^3$ (jeweils 1 Punkt).
 - Bestimmen Sie alle Lösungen von $w^3 = z_1$ (3 Punkte).

Aufgabe 2

Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem:

$$f''(x) + f'(x) - 2 \cdot f(x) = x, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0 \quad (12 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 3

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumspunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	Ja	
Für den Wert x_2 beim Newton-Verfahren gilt: $x_2 = x_1 - \frac{f'(x_1)}{f(x_1)}$.	Ja	
	Nein	
$(x-1)$, $(x+1)$ und $(x-3)$ sind Linearfaktoren von $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3$.	Ja	
	Nein	
Für $f(x) = 2^{\cos(x)}$ gilt $f''(x) = 2^{\cos(x)} \cdot \ln(2) \cdot [\sin^2(x) \cdot \ln(2) - \cos(x)]$.	Ja	
	Nein	
$f''(x_0) = 0 \wedge f'''(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 eine Wendestelle.	Ja	
	Nein	
$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) = 0 \Rightarrow f(x)$ hat nie ein Extremum an x_0 .	Ja	
	Nein	
$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + 1}$ hat die Polstelle $x = -1$.	Ja	
	Nein	
$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) > 0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 ein inneres Minimum.	Ja	
	Nein	
$\int_0^{\pi} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = 0$.	Ja	
	Nein	
$f(x) = \ln(3 \cdot x) \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{x}$.	Ja	
	Nein	
Der Graph von $f(x) = x^5 - 3 \cdot x^3 + x + 1$ ist am Nullpunkt gespiegelt.	Ja	
	Nein	
$f(x) = \frac{x + x^3 - 1 - x^2}{x^3 + 1}$ hat die horizontale Asymptote $y = 1$.	Ja	
	Nein	
$x_N = i$ ist Nullstelle von $f(x) = x^3 + x$.	Ja	
	Nein	

(12 Punkte)

Aufgabe 4

Wir haben die Funktion $f(x) = x^3 - x^2$ $D_f = \mathbb{R}$.

- Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen (2 Punkte).
- Bestimmen Sie sämtliche Hochpunkte und Tiefpunkte (4 Punkte).
- Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte (3 Punkte).
- Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Funktionsgraphen und der x-Achse im Bereich $-1 \leq x \leq 2$ (3 Punkte).

Aufgabe 5

In der Ebene ε liegen die Punkte $P_1(0|1|1)$, $P_2(1|0|1)$ und $P_3(1|1|0)$.

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung von ε (3 Punkte).
- Bestimmen Sie eine Koordinatenform von ε (2 Punkte).
- Prüfen Sie, ob der Punkt $M_1(1|4|-3)$ in ε liegt (1 Punkt).
- Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt D der Geraden $G: \vec{r}_G = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ durch ε (4 Punkte).
- Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $M_2(2|2|2)$ von ε (2 Punkte).